

GUÍA DE EJERCICIOS # 5

MA – 1101

1.- Para cada una de las siguientes funciones, diga, justificando si es o no inyectiva y para aquellas que lo sean halle la inversa $f^{-1}(x)$

- (a) $f(x) = \frac{1}{2}x - 7$ (b) $f(x) = x^2$, para $x \in (-7, -2)$ (c) $f(x) = \frac{|x|}{x}$
(d) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, para $x \in [-1, 0]$ (e) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ (f) $f(x) = |x|$
(g) $f(x) = \frac{x+1}{3-x}$ (h) $f(x) = \frac{4x-1}{2x+4}$ (i) $f(x) = 3 + \frac{1}{x}$
(j) $f(x) = (5x + 12)^2$ (k) $f(x) = (5x + 12)^2$, para $x \geq -\frac{12}{5}$ (l) $f(x) = \sqrt{2x-1}$

2.- Pruebe que cada una de las siguientes funciones es su propia inversa:

(a) $f(x) = 2 + \frac{1}{x-2}$ (b) $f(x) = -\frac{x}{x+1}$

3.- Sea $f(x) = a - \frac{1}{x+b}$, donde a y b satisfacen que $a + b = 1$. Pruebe que:

$$f^{-1}(x) = a - \frac{1}{1 - \frac{1}{x+b}}$$

4.- Determine el dominio de las siguientes funciones:

- (a) $f(x) = 2^{\sqrt{1-x^2}}$ (b) $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$ (c) $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$
(d) $f(x) = \ln(\ln x)$ (e) $f(x) = \log_2\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ (f) $f(x) = \log_5(|x+2| - 2x - 1)$

5.- Convierta a forma exponencial las siguientes expresiones:

(a) $\log_{64} 4 = \frac{1}{3}$ (b) $\log_{\sqrt{2}} 2 = 2$ (c) $\log_{\frac{1}{3}} 27 = -3$ (d) $\log_{13} 13 = 1$

6.- Convierta a forma logarítmica las siguientes expresiones:

(a) $2^8 = 256$ (b) $5^{-3} = \frac{1}{125}$ (c) $\left(\frac{1}{49}\right)^{-\frac{1}{2}} = 7$

7.- Grafique las siguientes funciones:

(a) $f(x) = 8^{x-2} + 3$

(b) $f(x) = -(e^x)$

(c) $f(x) = 2^{x-1} - 3$

(d) $f(x) = \log_3(x + 2)$

(e) $f(x) = \ln(x - 1) + 1$

(f) $f(x) = |\ln x|$

8.- Resuelva las siguientes ecuaciones:

(a) $3^{x-1} = 27$

(b) $7^{x^2+x} = 49$

(c) $64^x = 16$

(d) $\left(\frac{1}{49}\right)^x = 7$

(e) $\log_8 x = -\frac{2}{3}$

(f) $\log_{\frac{1}{3}} 27 = x$

(g) $\log_{16} x + \log_{16}(x - 4) = \frac{5}{4}$

(h) $\log_2(x^2) - \log_2(x - 2) = 3$

(i) $\log_{10}(3x^2 - 5x - 2) - \log_{10}(x - 2) = 1$

(k) $2\log_{25}(x) - \log_{25}(25 - 4x) = \frac{1}{2}$

9.- Simplifique las siguientes expresiones:

(a) $\frac{1}{2}\log_b(x^2 - 1) - \frac{1}{2}\log_b(x^2 + 1)$

(b) $\frac{1}{3}(\log_b x - \log_b y)$

(c) $\log_b(x) + 2\log_b(x - 1)$

(d) $\frac{1}{3}\ln(x - 1) + \ln 3 - \frac{1}{3}\ln(x + 1)$

(e) $\log_c(a^2 - ab) - \log_c(7a - 7b)$

(f) $3\ln\left(\frac{a^2b}{c^2}\right) + 2\ln\left(\frac{bc^2}{a^4}\right) + 2\ln\left(\frac{abc}{2}\right)$

(g) $\log_7\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{x^2}\right) - \log_7\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{x}\right)$

(h) $\log_a\left(\frac{a}{\sqrt[3]{x}}\right) - \log_a\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{a}\right)$

(i) $\ln e^{-x}$

(j) $e^{-\ln x}$

(k) $\ln(e^{\ln x})$

(l) $e^{2\ln 3}$

(m) $e^{x+\ln x}$

(n) $e^{\ln(e^x)}$

(ñ) $\ln(xe^{2x})$

(o) $\ln(e^{x^2-x})$

10.- Escriba las siguientes expresiones en términos de $\ln x$, $\ln(x + 1)$ y $\ln(x + 2)$:

(a) $\ln(x(x + 1)^2)$

(b) $\ln\frac{\sqrt{x}}{x+1}$

(c) $\ln(x(x + 1))^3$

(d) $\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)^4$

(e) $\ln\frac{x^2(x+1)}{x+2}$

(f) $\ln\left(\frac{1}{x+2}\sqrt[5]{\frac{x^2}{x+1}}\right)$